

LÓGICA SIMBÓLICA

Por: José Guillermo Valbuena

Es la rama de la lógica que sustituye al lenguaje natural por un código artificial reductivo de carácter universal basado en símbolos convencionales. Su principal objeto de estudio son las proposiciones (juicios u oraciones) con sus múltiples relaciones como representaciones lingüísticas de las experiencias y pensamientos humanos.

PROPOSICIONES: En Lógica Simbólica los juicios se denominan Proposiciones. En Gramática, se llaman oraciones. En todos los casos, podemos aceptar la apreciación de Wittgenstein: una proposición describe un fenómeno o un aspecto del mundo. El conjunto de las proposiciones es una pintura del mundo.

Son monádicas o atómicas cuando se componen de un sólo juicio (oraciones simples en gramática): “Juan camina rápido”; “Juan llega temprano a la escuela”. Son poliádicas o moleculares cuando son varios juicios relacionados (se llaman oraciones compuestas en gramática, pues implican dos predicados, aún cuando tengan el mismo verbo): “Juan camina rápido y llega temprano a la escuela”.

SIMBOLIZACIONES: Es el proceso de sustitución del lenguaje natural por símbolos reductivos universales. “Pedro camina rápido” puede sustituirse por **p** y “Pedro llega temprano a la escuela”, por **q**. Nótese que **p** y **q** aisladas son proposiciones monádicas, pero relacionadas son diádicas (si relacionamos tres proposiciones serían triádicas y así sucesivamente).

Los modos de relacionar proposiciones atómicas para formar moleculares se denominan FUNCIONES o relacionadores. Se requieren símbolos para representar estas funciones y así formar proposiciones poliádicas o moleculares. Si queremos expresar “Pedro camina rápido y llega temprano a la escuela” necesitaremos un símbolo que sustituya a la conjunción “y”. El punto es ese símbolo. De modo que puedo simbolizar la proposición molecular de este modo:

p . q

Algunas funciones y sus respectivos símbolos pueden verse en este cuadro:

FUNCIÓN	SIMBOLO	LENGUAJE NATURAL	SIMBOLIZADO
CONJUNCIÓN	.	Pedro camina rápido y llega temprano a la escuela	$p \cdot q$
DISYUNCIÓN	V	Pedro camina rápido o llega temprano a la escuela	$p \vee q$
CONDICIONAL	\supset	Si Pedro camina rápido, entonces llega temprano a la escuela	$p \supset q$
BI-CONDICIONAL	\equiv	Pedro llega temprano a casa sí y sólo si no llega tarde	$q \equiv \sim r$
NEGACIÓN	\sim	Pedro no camina rápido	$\sim p$

Estas proposiciones y funciones pueden formarse y combinarse de múltiples modos. Así tenemos:

“Pedro no camina rápido y llega temprano a la escuela” $\sim p \cdot q$
 “Si Pedro no camina rápido entonces no llegará temprano a la escuela” $\sim p \supset \sim q$
 $\sim (p \supset q)$

Una fórmula bien formada es la que enlaza proposiciones (excepto en la negación): $\sim p$ ó $p \cdot q$

Una fórmula mal formada no enlaza proposiciones: $pq \supset$, $p\sim$ ó $\supset pq$

Las funciones lógicas o partículas invariables tienen dos características: **PODER DE UNIÓN Y PODER DE ALCANCE**. Si una partícula tiene gran poder de unión, tendrá poco poder de alcance y viceversa. Veamos el cuadro:

PODER DE UNIÓN:	(+) $\sim \cdot \vee \supset \equiv$	(-)
PODER DE ALCANCE:	(+) $\equiv \supset \vee \cdot \sim$	(-)

El de mayor alcance le da nombre a la fórmula dividiéndola en sub-fórmulas. Por ejemplo:

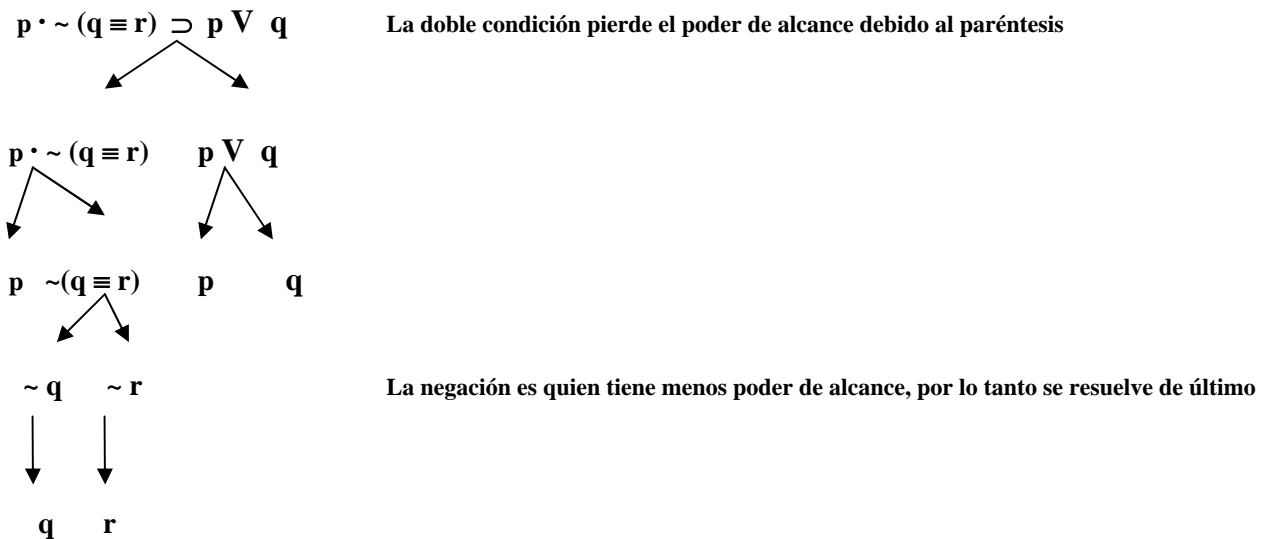
$p \cdot \sim q \equiv r \supset p \vee q$ es una fórmula bicondicional. El poder de alcance se ordenaría así:
 4 5 1 2 3

Los números de abajo representan el orden según el poder de alcance del símbolo de acuerdo a la tabla presentada arriba.

Los paréntesis disminuyen el poder de alcance de las partículas invariables: $p \cdot \sim (q \equiv r) \supset p \vee q$

En este caso la fórmula es condicional, pues el bicondicional queda entre paréntesis afectando sólo lo que está adentro, mientras que la disyunción y la conjunción tienen menos poder que la condición.

Una fórmula se debe subdividir siguiendo estas reglas expuestas. Por ejemplo:



TABLAS DE VERDAD

El Principio de no-contradicción sostiene que una afirmación no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo. Aplicado a la lógica simbólica, se tiene la regla: **Toda fórmula atómica tiene como interpretación una fórmula verdadera o una fórmula falsa.** Cuando las atómicas se combinan en moleculares, es decir, al aplicarles las funciones lógicas (\cdot \vee \supset \equiv $:$ conjunción, disyunción, condición, doble condición), su interpretación puede ser verdadera o falsa según las siguientes reglas:

\cdot q

V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

Si las dos son verdaderas, entonces la proposición molecular será verdadera, y será falsa en todos los demás casos.

\vee q

V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

Si las dos son falsas, entonces la proposición molecular será falsa, y será verdadera en todos los demás casos.

\supset q

V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

Si sólo la proposición atómica consecuyente (q) es falsa, entonces la proposición molecular será falsa.
Será verdadera en todos los demás casos

\equiv q

V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	V

Si ambas atómicas son verdaderas o falsas, la proposición molecular será verdadera.
Será falsa en todos los demás casos

TABLA RESUMEN

Función	p	q		
\cdot	V	V	\rightarrow	V
\vee	F	F	\rightarrow	F
\supset	V	F	\rightarrow	F
\equiv	V	V	\rightarrow	V
\equiv	F	F	\rightarrow	V

CUANTIFICACIONES

La cuantificación es el procedimiento mediante el cual se suman o agrupan juicios o proposiciones. “La avena es nutritiva” se cuantifica N_a , donde N = es nutritiva (predicado) y a = avena (sujeto)

De igual modo se procede con “La cebada es nutritiva” (N_c) y “La soya es nutritiva” (N_s). Con estas cuantificaciones simples pueden formarse **esquemas cuantificacionales** del siguiente modo.

N_x = la avena, la cebada y la soya son nutritivas, donde N = es nutritiva y $x = a + b + c$

TABLA DE JUICIOS Y CUANTIFICADORES :

JUICIO	LENGUAJE NATURAL	CUANTIFICADOR
UNIVERSAL AFIRMATIVO	TODO...	$\forall x$
UNIVERSAL NEGATIVO	NINGUN...	$\forall x$
PARTICULAR AFIRMATIVO	ALGUNOS... SÍ	$\exists x$
PARTICULAR NEGATIVO	ALGUNOS... NO	$\exists x$

El símbolo de negación debe ser colocado delante de cada proposición cuantificada. Como en las matemáticas, si el símbolo negativo (\sim) está delante del cuantificador, entonces alcanza todo lo que alcanza el cuantificador, es decir, todo lo que está delante de éste. Lo mismo vale si está delante de una llave, corchete o paréntesis. Veamos algunos ejemplos de cuantificaciones

Universal afirmativo:

“Todos los hombres son racionales”

Si un ser (x) es hombre (H), entonces tiene capacidad racional (R)

Simbolizado: $Hx \supset Rx$ “,donde x = Luis.

Se lee “Si Luis es hombre entonces es racional”

Cuantificado sería $(\forall x) (Hx \supset Rx)$

Universal negativo:

“Ningún cuadrúpedo es plumífero”

Si un ser (x) es cuadrúpedo (C), entonces no es plumífero (P)

Simbolizado: $Cx \supset \sim Px$, donde x = gato

Se lee “Si el gato es cuadrúpedo, entonces no es plumífero”

Cuantificado sería $(\forall x) (Cx \supset \sim Px)$

Particular positivo:

“Algunos hombres son geniales”

Existe un ser (x) que es (H) y tiene la propiedad de ser genial (G)

Simbolizado sería $Hx \cdot Gx$, donde x = Rafael

Se lee “Rafael es humano y genial”.

Cuantificado sería $(\exists x) (Hx \cdot Gx)$

Particular negativo:

“Algunos hombres no son geniales”

Existe un ser (x) que es (H) y no tiene la propiedad de ser genial (G)

Simbolizado sería $Hx \cdot \sim Gx$, donde x = Latus

Se lee “Latus es humanos y no es genial”)

Cuantificado sería $(\exists x) (Hx \cdot \sim Gx)$

CUANTIFICACIONES POLIÁDICAS.

Se utilizan los corchetes para encerrar elementos (cuantificaciones) que ya están encerrados en paréntesis, tal como se hace en matemáticas.

1.- Todos los soles son estrellas que brillan:

“Si un astro (x) es un sol (S), entonces es estrella (E) y brilla (B)”.

$(Ux) [Sx \supset (Ex \cdot Bx)]$

2.- Ninguna luna es un sol que brilla :

“Si un astro (x) es un satélite (S), entonces no es un sol (S) ni brilla (B)”.

$(Ux) [Lx \supset \sim (Sx \cdot Bx)]$

3.- Algunos gatos callejeros son perseguidos.

“Existe un ser (x) que es gato (G) callejero (C) y es perseguido (P)”.

$(Ux) [(Gx \cdot Cx) \cdot Px]$

4.- Algunos gatos callejeros no son perseguidos

“Existe un ser (x) que es gato (G) callejero (C) y no (\sim) es perseguido (P)”.

$(Ux) [(Gx \cdot Cx) \cdot \sim Px]$